

数 学

1. 次の各問いに答えよ。

(1) $2x^2 - 3xy + y^2 + 7x - 5y + 6$ を因数分解せよ。

(2) 2次関数 $y = f(x)$ のグラフが x 軸と 2 点 $(-2, 0)$, $(4, 0)$ で交わり, y 軸と $(0, -16)$ で交わる時, このグラフの頂点の座標を求めよ。

(3) $\triangle ABC$ において $\angle ACB = 120^\circ$, $AC = 50$, $BC = 30$ のとき, AB の長さを求めよ。

(4) A, B, C, D, E, F の 6 人が円形のテーブルに座るとき, A と B が隣り合わないような座り方は何通りあるか求めよ。ただし, 回転して一致する座り方は一つに数える。

(5) 変数 x と変数 y に関するデータが得られた。 x と y の相関係数と共分散が等しくなるための十分条件として正しいものを, 次の (ア)~(エ) の中から一つ選び記号で答えよ。

(ア) x の分散と y の分散のどちらかが 1

(イ) x の分散と y の分散がともに 1

(ウ) x の平均値と y の平均値がともに 0

(エ) x の平均値と y の平均値がともに 1

(6) あるカードゲームでは, 水・火・木・土の 4 種類のカードがそれぞれ 3 枚ずつ, 合計 12 枚が使われている。これら 12 枚のカードを無作為に 1 列に並べたとき, 火のカードが 3 枚連続で並ぶ確率を求めよ。ただし, 同じ種類のカードは区別しないものとする。

2. $(x+y)^4+(x-y)^4-8x^2y^2$ を因数分解したい。下記の空欄に適切な式を入れよ。

『まず、それぞれの項を展開すると

$$\begin{aligned} (x+y)^4 &= (x+y)^2(x+y)^2 = (x+y)^2(\text{ (1) }) \\ &= (x+y)(\text{ (2) }) \\ &= x^4 + 4x^3y + \text{ (3) } \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x-y)^4 &= (x-y)^2(x-y)^2 = (x-y)^2(\text{ (4) }) \\ &= (x-y)(\text{ (5) }) \\ &= x^4 - 4x^3y + \text{ (6) } \end{aligned}$$

と表せる。これらを加えると

$$(x+y)^4 + (x-y)^4 = \text{ (7) }$$

となり、さらに $-8x^2y^2$ を加えて整理することにより

$$\text{ (7) と同じ } - 8x^2y^2 = \text{ (8) }$$

と表せる。よって、2 でくくり、因数分解すると

$$(x+y)^4 + (x-y)^4 - 8x^2y^2 = 2(\text{ (9) })^2$$

と求まる。』

3. 事象 A の確率を $P(A) = \frac{2}{3}$ 、事象 B の確率を $P(B) = \frac{1}{4}$ 、事象 B が起こったときの事象 A が起こる確率を $P_B(A) = \frac{1}{3}$ とする。次の各問いに答えよ。

- (1) A と B がともに起こる確率 $P(A \cap B)$ を求めよ。
- (2) A または B が起こる確率 $P(A \cup B)$ を求めよ。
- (3) 事象 A が起こったときの事象 B が起こる確率 $P_A(B)$ を求めよ。