

数 学

1. 次の各問いに答えよ。

(1) $x^2 - y^2 + x + 3y - 2$ を因数分解せよ。

(2) グラフが2点(3, 6), (-1, -2)を通る2次関数がある。このグラフと x 軸との共有点が2個あり、一方の共有点の x 座標が1のとき、もう一方の共有点の x 座標を求めよ。

(3) 次の文章を読み、嘘をついている人を答えよ。

『4人の友人(A, B, C, D)が同じ研究室にいました。その部屋で何かが壊れましたが、誰が壊したのかは分かりません。それぞれが次のように証言しました。

A: 「Dが壊したんだ。」

B: 「Aが壊したんだ。」

C: 「私は壊していないよ。」

D: 「Aは嘘をついていないよ。」

4人の中で、1人だけが嘘をついています。また、何かを壊した人はただ1人です。』

(4) a, b を整数とする。 a を12で割ると7余り、 b を8で割ると2余る。このとき、積 ab を4で割った余りを求めよ。

(5) $0^\circ < \theta < 180^\circ$, $\theta \neq 90^\circ$ とする。 $\cos\theta + 2\sin\theta = 1$ のとき、 $\tan\theta$ の値を求めよ。

(6) 1,000円札, 5,000円札, 10,000円札がそれぞれ3枚ずつ入っている袋がある。袋から無作為に3枚取ったとき、金額の合計が20,000円以上である確率を求めよ。ただし、手探りでは札の区別が付かないものとする。

2. $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。 $y = 3\sin^4 \theta + \cos^4 \theta - 4\sin^2 \theta$ とし、 $t = \sin^2 \theta$ とおく。このとき、次の各問いに答えよ。

- (1) t のとりうる値の範囲を求めよ。
- (2) y を t の式で表せ。
- (3) y の最大値と最小値、および、そのときの θ の値を求めよ。

3. 次の文章を読み、 に入る適切な値や式を答えよ。

『コインを6回投げたときのオモテが出た回数を X とし、スコアと呼ぶことにする。また、スコアが X である確率を $P(X)$ と表すことにする。オモテが1回も出ない、すなわちスコアが0である確率 $P(0)$ は、6回オモテが出る確率 $P(6)$ と等しく ア である。同様に、スコアが1である確率とスコアが5である確率は等しく、 $P(1) = P(5) =$ イ となる。ゆえに、次のようにスコア X と確率 $P(X)$ の表が得られる。

スコア (X)	0	1	2	3	4	5	6
確率 ($P(X)$)	<input type="text"/> ア <input type="text"/>	<input type="text"/> イ <input type="text"/>	<input type="text"/> ウ <input type="text"/>	<input type="text"/> エ <input type="text"/>	<input type="text"/> オ <input type="text"/>	<input type="text"/> イ <input type="text"/>	<input type="text"/> ア <input type="text"/>

したがって、 $P(0) + P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) =$ カ が成り立つ。

いま、この表をもとにスコア X の平均値 \bar{X} と分散 V を求めていく。平均値 \bar{X} は、スコア X の期待値に等しいことがわかっているので、 $\bar{X} =$ キ となる。次に分散を求めたいが、その前に計算式の復習をする。

一般に、変数 x についてのデータが x_1, x_2, \dots, x_n の n 個の値で与えられたとき、平均 \bar{x} を求める式は、

$$\bar{x} = \text{ ク$$

であり、分散 v を求める式は \bar{x} を用いて

$$v = \text{ ケ$$

と表すことができた。

以上から、表と キ を用いて $V =$ コ が得られる。』