数　　　学

1．次の各問いに答えよ。

(1) $\left(a+\dfrac{2}{a}\right)^7$ の展開式における，a^3 の項の係数を求めよ。

(2) $\dfrac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \pi$ とする。$\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ のとき，$\cos\theta-\sin\theta$ の値を求めよ。

(3) r，a，k，u，n，o の 6 文字を全部使ってできる文字列を，アルファベット順の辞書式に並べるとき，rakuno は何番目にあるか答えよ。

(4) 2^{50} は何桁の整数か答えよ。ただし，$\log_{10} 2=0.3010$ とする。

(5) 2 つの放物線 $y=2x^2-4x+1$，$y=-x^2-8x+2$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

(6) 初項 2，公比 3 の等比数列の初項から第 n 項までの和を S_n とするとき，$S_{30}-81S_{26}$ を求めよ。

2．次の 2 問のうちどちらか 1 問を選択して解答せよ。**解答用紙には選択した問題の番号を記入せよ**。

2－1．確率変数 X は区間 $0 \leqq X \leqq 4$ の任意の値をとる。また，X の確率密度関数は $f(x)=-kx^2+4kx$（k は正の定数）である。次の各問いに答えよ。

(1) k の値を求めよ。

(2) 確率 $P(3 \leqq X)$ を求めよ。

(3) 期待値 $E(X)$ を求めよ。

2－2．平行四辺形 ABCD がある。辺 BC，CD を 1：2 に内分する点をそれぞれ E，F とし，線分 AE，AF と対角線 BD との交点をそれぞれ P，Q とする。$\overrightarrow{AB}=\vec{x}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{y}$ とする。次の各問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{AE}$，$\overrightarrow{AF}$ をそれぞれ $\vec{x}$，$\vec{y}$ を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{AP}$，$\overrightarrow{AQ}$ をそれぞれ $\vec{x}$，$\vec{y}$ を用いて表せ。

(3) BP：PQ：QD を求めよ。

数	2

3．aは定数とする。2曲線C_1：$y=\dfrac{1}{3}x^3+x^2-3x-2$，$C_2$：$y=2x^2+a$が，$x$座標が正である点で接している。このとき，

（Ⅰ） 定数aの値，

（Ⅱ） C_1とC_2で囲まれた図形の面積

を求めたい。次の文章中の空欄⑴と⑵には選択肢ア～カからそれぞれ一つずつ選び，それ以外の空欄には式または値を入れよ。

『（Ⅰ） 一般に，2曲線$y=f(x)$，$y=g(x)$が接するための条件は，1点を共有し，かつその点における接線の傾きが一致することである。これは，接点のx座標をpとすると，$f(p)$，$g(p)$，$f'(p)$，$g'(p)$を用いて次のように表される。

$\boxed{\quad(1)\quad}$…① かつ $\boxed{\quad(2)\quad}$…②

⑴と⑵の選択肢

ア．$f(p)=g'(p)$ イ．$g(p)=g'(p)$ ウ．$f(p)=g(p)$

エ．$f'(p)=g(p)$ オ．$f'(p)=g'(p)$ カ．$f(p)=f'(p)$

$f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+x^2-3x-2$，$g(x)=2x^2+a$とすると

$f'(x)=\boxed{\quad(3)\quad}$，$g'(x)=\boxed{\quad(4)\quad}$

となる。

C_1，C_2について，①，②はpの方程式として，

$\boxed{\quad(5)\quad}$…③，$\boxed{\quad(6)\quad}$…④

と表される。

④より，$p>0$であるから$p=\boxed{\quad(7)\quad}$が得られる。

このとき③より$a=\boxed{\quad(8)\quad}$となる。

（Ⅱ） C_1とC_2の共有点のx座標を求める。$f(x)=g(x)$より，xに関する3次方程式が得られる。これを解くと，接点以外の共有点のx座標は$x=\boxed{\quad(9)\quad}$となる。

C_1とC_2で囲まれた図形の面積は$\boxed{\quad(10)\quad}$となる。』