

1. 次の各問いに答えよ。

(1) $2x^2+8xy+6y^2+5x+11y+3$ を因数分解せよ。

(2) 循環小数 $0.\dot{3}30\dot{3}$ を分数で表せ。

(3) 放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ を平行移動したもので、2点 $(4, 8)$, $(-2, 8)$ を通る放物線の方程式を求めよ。

(4) 3927 と 442 の最大公約数を求めよ。

(5) 6 個の数字 1, 2, 3, 4, 5, 6 から異なる 3 個の数字を取って並べて、3 桁の整数を作る。
このとき作られる整数が 3 の倍数である確率を求めよ。

(6) 2024 の正の約数の総和を求めよ。

2. $p \geq -2$, $q \geq \frac{1}{4}$, $p+4q-4=0$ のとき, $R=pq$ について, 次の各問いに答えよ。

(1) q のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) R を q のみの式で表せ。

(3) R の最大値と最小値と, そのときの p と q の値を求めよ。

3. 円に内接する四角形 ABCD があり, $AB=12$, $DA=5$, $BC=CD$, $\cos\angle ABC=\frac{7}{12}$ とする。

このとき, この四角形の面積を以下の手順で求めたい。次の文章中の(3)と(4)には適切な式を, それ以外の空欄には適切な値を入れよ。

『まず, 辺 BC と辺 CD の長さを求める。

四角形 ABCD は円に内接するので,

$$\angle ABC + \angle CDA = \boxed{} (1) ^\circ \quad \dots \textcircled{1}$$

である。

よって, $\cos\angle CDA = \boxed{} (2) $ である。

$BC=x$ とおき, $\triangle ABC$ に余弦定理を用いると,

$$AC^2 = \boxed{} (3) \quad \dots \textcircled{2}$$

となる。

また, $\triangle ACD$ に余弦定理を用いると, $CD=BC$ なので,

$$AC^2 = \boxed{} (4) \quad \dots \textcircled{3}$$

となる。

②と③より, $x = \boxed{} (5) $ が得られるので, $BC=CD = \boxed{} (5) \text{と同じ} $ である。

次に, $\sin\angle ABC$ と $\sin\angle CDA$ を求める。

$\cos\angle ABC = \frac{7}{12}$ なので, $\sin\angle ABC = \boxed{} (6) $ と計算できる。

①の関係より, $\sin\angle CDA = \boxed{} (7) $ である。

以上から, $\triangle ABC$ の面積は $\boxed{} (8) $, $\triangle ACD$ の面積は $\boxed{} (9) $ と計算できるので,

四角形 ABCD の面積は $\boxed{} (10) $ と求めることができる。』

